Aufgabe 1 (10 Punkte)

Betrachten Sie die folgende *lückenhafte* Häufigkeitsverteilung des Merkmals X, welche aus einer Vollerhebung stammt und in `gretl` erstellt wurde.

Häufigkeitsverteilung für x, Beob. 1-5000

	Häufigkeit	rel.	kum.
0	2955	59.10%	59.10%
1			92.00%
2	362	7.24%	
3			99.98%
4	1	0.02%	100.00%

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Aussage.

a) Der Modus von X ist (2P)
- ☐ 0.
- ☐ 1.
- ☐ 2955.
- ☐ 362.
- ☐ nicht eindeutig.

b) Der Median von X ist (2P)
- ☐ 0.
- ☐ 1.
- ☐ 2.
- ☐ 3.
- ☐ 4.

c) Der Interquartilsabstand von X ist (2P)
- ☐ 0.
- ☐ 1.
- ☐ 2.
- ☐ 3.
- ☐ 4.

d) Wie viele Werte von X haben die Ausprägung 1? (2P)
- ☐ 1358
- ☐ 329
- ☐ 1645
- ☐ 920
- ☐ 1000

e) Die Varianz von X beträgt (gerundet) (2P)

- ☐ 0.36.
- ☐ 0.44.
- ☐ 0.67.
- ☐ 1.34.
- ☐ 0.11.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Ein idealer (fairer) Würfel wird zweimal geworfen.

i. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die Würfelaugen der beiden Würfel unterschiedlich? (2P)

- ☐ $5/6$
- ☐ $1/6$
- ☐ $35/36$
- ☐ $1/36$
- ☐ $25/36$

ii. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Augensumme der zwei Würfe ohne Rest durch fünf teilbar? (2P)

- ☐ $5/18$
- ☐ $1/4$
- ☐ $2/9$
- ☐ $7/36$
- ☐ $1/6$

iii. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Augenzahl des zweiten Wurfs grösser als jene des ersten Wurfs? (2P)

- ☐ $7/12$
- ☐ $1/3$
- ☐ $35/36$
- ☐ $1/2$
- ☐ $5/12$

b) Eine faire Münze wird 10-mal geworfen. Sei dabei X die Zufallsvariable für die Anzahl geworfener Köpfe.

i. Wie hoch ist $P(X > 4 \cup X < 4)$? (2P)

- ☐ $85/512$
- ☐ $105/512$
- ☐ $407/512$
- ☐ $355/512$
- ☐ $437/512$

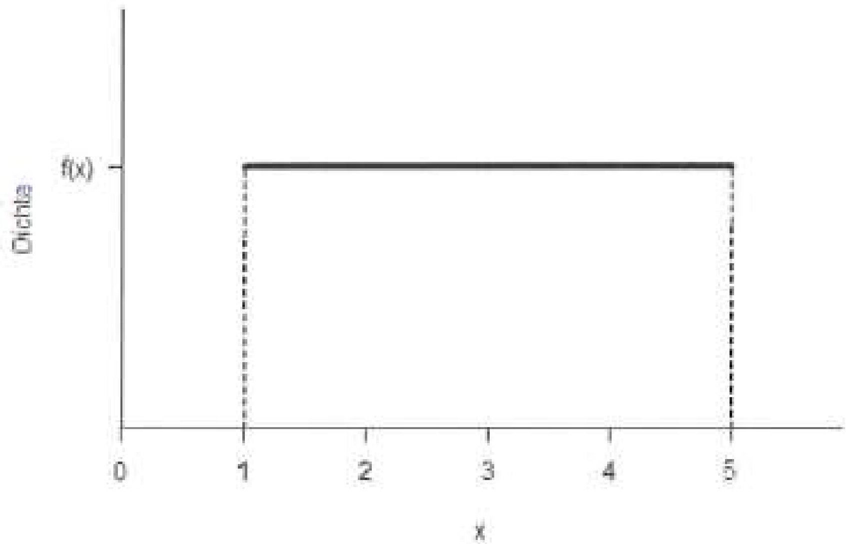
ii. Wie hoch ist $P(X = 10 \mid X \geq 9)$ auf zwei Nachkommastellen gerundet? (2P)

- ☐ 0.10
- ☐ 0.09
- ☐ 0.08
- ☐ 0.07
- ☐ 0.06

Platz für Notizen (ohne Bewertung)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Die stetige Zufallsvariable X sei wie folgt verteilt:



Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Aussage.

a) Die Abbildung verdeutlicht, dass $f(x)$ konstant ist bei (2P)
- ☐ 0.5.
- ☐ 0.2.
- ☐ 0.25.
- ☐ 0.3.
- ☐ 1.0.

b) $P(|X - \mu_X| > 1)$ beträgt (2P)
- ☐ 0.3.
- ☐ 0.4.
- ☐ 0.5.
- ☐ 0.6.
- ☐ 0.7.

c) Die Varianz von X ist (2P)
- ☐ $3/4$.
- ☐ $4/5$
- ☐ $4/3$.
- ☐ $5/4$.
- ☐ 1.

Aus obiger Verteilung wird eine Zufallsstichprobe im Umfang von $n = 100$ gezogen und der Stichprobenmittelwert $\bar{X}$ berechnet.

d) Es gilt: (2P)

- ☐ $E(\bar{X}) = \bar{x}$
- ☐ $E(\bar{X}) = f(x)$
- ☐ $E(\bar{X}) = \mu_X$
- ☐ $E(\bar{X}) = 2$
- ☐ $E(\bar{X}) = 2.5$

e) $P(\bar{X} > 3.15)$ beträgt (gerundet) (2P)

- ☐ 0.903.
- ☐ 0.995.
- ☐ 0.005.
- ☐ 0.088.
- ☐ 0.097.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Aus einer normalverteilten Grundgesamtheit wird eine Stichprobe des Umfangs $n = 25$ entnommen. Erste Auswertungen der Daten ergeben folgende Summenstatistiken:

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 292, \qquad \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 4204$$

a) Die Stichprobenvarianz der Variable X beträgt (2P)

- ☐ 33.06.
- ☐ 25.00.
- ☐ 21.55.
- ☐ 9.17.
- ☐ 5.75.

b) Der (geschätzte) Standardfehler des arithmetischen Mittelwertes von X beträgt (gerundet) (2P)

- ☐ 1.62.
- ☐ 5.75.
- ☐ 4.02.
- ☐ 0.83.
- ☐ 1.15.

c) Folgende Hypothese soll bezüglich der Variable X getestet werden: (2P)

$$H_0: \mu_X \leq 10$$
$$H_0: \mu_X > 10$$

Die einzig korrekte Aussage lautet somit:

- ☐ Die Nullhypothese kann auf dem 0.5%-Signifikanzniveau verworfen werden.
- ☐ Die Nullhypothese kann auf dem 1%-Signifikanzniveau verworfen werden, nicht aber auf dem 0.5%-Signifikanzniveau.
- ☐ Die Nullhypothese kann auf dem 2.5%-Signifikanzniveau verworfen werden, nicht aber auf dem 1%-Signifikanzniveau.
- ☐ Die Nullhypothese kann auf dem 5%-Signifikanzniveau verworfen werden, nicht aber auf dem 2.5%-Signifikanzniveau.
- ☐ Die Nullhypothese kann auf dem 10%-Signifikanzniveau verworfen werden, nicht aber auf dem 5%-Signifikanzniveau.

d) Das 90%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert von X ist (gerundet) (2P)

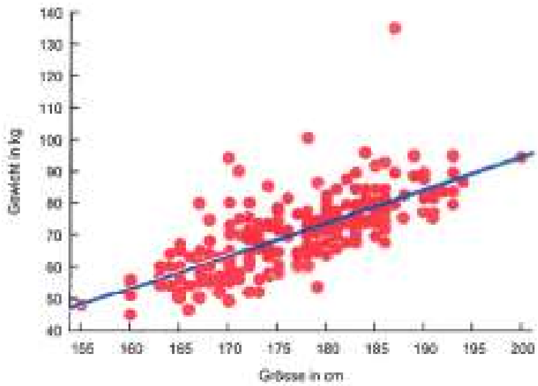
- ☐ (7.71, 15.65).
- ☐ (8.71, 12.65).
- ☐ (9.71, 13.65).
- ☐ (8.55, 12.65).
- ☐ (9.48, 13.88).

e) Angenommen eine reine Zufallsstichprobe im grösseren Umfang von $n = 100$ würde zur *exakt gleich hohen Stichprobenvarianz* der Variable X führen. Wie würde sich das 90%-Konfidenzintervall unter Teilaufgabe d) verändern? Die Breite des neuen Intervalls relativ zum alten Intervall wäre (2P)

- ☐ genau 25%.
- ☐ genau 50%.
- ☐ ein wenig kleiner als 25%.
- ☐ ein wenig kleiner als 50%.
- ☐ gleich hoch wie vorher.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Eine der Übungen im Rahmen des begleiteten Selbststudiums hat den Zusammenhang zwischen Körpergrösse in cm (erklärende Variable) und Körpergewicht in kg (abhängige Variable) von Studierenden der ZHAW thematisiert. Folgendes Streudiagramm (mit Regressionsgerade) und folgender (lückenhafte) Regressionsoutput wurden hierfür in `gretl` erstellt:



```
gretl: Modell 1
Datei  Bearbeiten  Tests  Speichern  Graphen  Analyse  LaTeX

Modell 1: KQ, benutze die Beobachtungen 1-238
Abhängige Variable: Gewicht

              Koeffizient   Std.-fehler   t-Quotient   p-Wert
  ---------------------------------------------------------------
  const                     11.6490                  3.47e-019 ***
  Groesse                    0.0655044     15.93     2.70e-039 ***

Mittel d. abh. Var.     71.46231   Stdabw. d. abh. Var.     12.14799
Summe d. quad. Res.     16849.79   Stdfehler d. Regress.    8.449687
R-Quadrat               0.518234   Korrigiertes R-Quadrat   0.516193
F(1, 236)               253.8647   P-Wert(F)                2.70e-39
Log-Likelihood         -844.6259   Akaike-Kriterium         1693.252
Schwarz-Kriterium       1700.196   Hannan-Quinn-Kriterium   1696.051
```

a) Welcher Wert für den Ordinatenabschnitt der Regressionsgeraden kommt laut Streudiagramm einzig in Frage? (3P)

- ☐ -114.
- ☐ -48.
- ☐ 48.
- ☐ 114.
- ☐ 0.

b) Um wie viele kg (gerundet) nimmt das geschätzte durchschnittliche Körpergewicht bei einem Anstieg der Körpergrösse um 5 cm laut der Regressionsgeraden zu? (3P)

- ☐ 5.2
- ☐ 4.0
- ☐ 2.1
- ☐ 8.3
- ☐ 6.6

c) Wie hoch ist die Standardabweichung der *erklärenden* Variable (Grösse in cm)?
Hinweis: $b_1 = r\frac{s_y}{s_x}$ (2P)

- ☐ 6.37 cm
- ☐ 4.37 cm
- ☐ 5.37 cm
- ☐ 8.37 cm
- ☐ 7.37 cm

d) Die Breite des 68%-Konfidenzintervalls der Steigung der Regressionsgeraden ist ungefähr (2P)

☐ 0.066

☐ 0.131

☐ 0.211

☐ 0.052

☐ 0.998

(Tipp: n ist gross.)

ENDE DER PRÜFUNG