Aufgabe 1 (10 Punkte)

Wir analysieren eine Zufallsstichprobe zur Lebensdauer von $n = 2000$ Glühbirnen. Die folgende relative Häufigkeitstabelle zeigt, nach wie vielen Monaten die Glühbirnen ausgefallen sind.

Lebensdauer in Monaten	**Rel. Häufigkeit** in %
22	5
23	9
24	16
25	10
26	13
27	10
28	15
29	9
30	6
31	5
32	2

a) Die arithmetisch mittlere Lebensdauer (in Monaten) beträgt (2P)

- ☐ 29
- ☐ 26.39
- ☐ 27.28
- ☐ 26
- ☐ 27

b) Der Median der Lebensdauer (in Monaten) beträgt (2P)

- ☐ 29
- ☐ 26.39
- ☐ 27.28
- ☐ 26
- ☐ 27

c) Der Interquartilsabstand der Lebensdauer (in Monaten) beträgt (3P)

- ☐ 3
- ☐ 10
- ☐ 5
- ☐ 6
- ☐ 4

d) Welche Aussage zu den Stichprobendaten ist korrekt? (3P)

- ☐ Genau 14 Glühbirnen weisen eine Lebensdauer von höchstens 23 Monaten auf.
- ☐ Die Verteilung der Lebensdauer ist uniform.
- ☐ Die Lebensdauer ist ordinalskaliert.
- ☐ Die Verteilung der Lebensdauer ist linksschief.
- ☐ Genau 260 Glühbirnen weisen eine Lebensdauer von mindestens 30 Monaten auf.

Platz für Notizen (ohne Bewertung)

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Die Lebensdauer von Glühbirnen (in Monaten) soll in Abhängigkeit ihrer Leistung (in Watt) untersucht werden.

Betrachten Sie hierzu folgende Wahrscheinlichkeitstabelle:

	Leistung ≤ 60 (Ereignis B)	Leistung > 60 (Ereignis $\bar{B}$)	
Lebensdauer ≤ 28 (Ereignis A)	45%	33%	78%
Lebensdauer > 28 (Ereignis $\bar{A}$)	10%	12%	22%
	55%	45%	100%

a) Wären die Ereignisse A und B stochastisch unabhängig, dann wäre (2P)

- ☐ $P(A \cap B) = 0.73$.
- ☐ $P(A \cap B) = 0.22$.
- ☐ $P(A \cap B) = 0.429$.
- ☐ $P(A|B) = 0.429$.
- ☐ $P(A|B) = 0.45$.

b) Wie hoch ist die (gerundete) Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Glühlampe eine Lebensdauer von höchstens 28 Monaten erreicht, *falls* sie eine Leistung von höchstens 60 Watt aufweist? (2P)

- ☐ 0.82.
- ☐ 0.85.
- ☐ 0.78.
- ☐ 0.73.
- ☐ 0.65.

c) Die Wahrscheinlichkeit, dass von fünf zufällig ausgewählten Glühbirnen genau zwei eine Lebensdauer von höchstens 28 Monaten erreichen, beträgt (gerundet) (3P)

- ☐ 0.0648.
- ☐ 0.0897.
- ☐ 0.1586.
- ☐ 0.2255.
- ☐ 0.7256.

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass von fünf zufällig ausgewählten Glühbirnen mindestens eine höchstens 28 Monate funktionsfähig ist beträgt (gerundet) (3P)

- ☐ 0.6188.
- ☐ 0.6245.
- ☐ 0.7750.
- ☐ 0.8840.
- ☐ 0.9995.

Platz für Notizen (ohne Bewertung)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Antwort.

a) Sei Z eine standardnormalverteilte Zufallsvariable. Somit beträgt $P(0 < Z < 0.57)$ gerundet (2P)

- ☐ 0.2843.
- ☐ 0.2157.
- ☐ 0.3205.
- ☐ 0.7157.
- ☐ 0.7843.

b) Wertpapier A hat eine erwartete Periodenrendite von 10% bei einer Standardabweichung von 20%. Wertpapier B hat eine erwartete Periodenrendite von 5% bei einer Standardabweichung von 10%. Falls die Renditen normalverteilt sind, gilt: (2P)

- ☐ Die Wahrscheinlichkeit einer negativen Periodenrendite ist bei Wertpapier A grösser als bei Wertpapier B.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit einer negativen Periodenrendite ist bei Wertpapier A tiefer als bei Wertpapier B.
- ☐ Die Wahrscheinlichkeit einer negativen Periodenrendite ist bei beiden Wertpapieren (A und B) gleich hoch.
- ☐ Der Variationskoeffizient der Periodenrenditen ist bei Wertpapier A höher als bei Wertpapier B.
- ☐ Der Variationskoeffizient der Periodenrenditen ist bei Wertpapier A tiefer als bei Wertpapier B.

c) Die stetige Zufallsvariable X sei uniformverteilt im Intervall [-4, 8].
Ein Wert wird rein zufällig aus dieser Verteilung gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Wert zwischen -1 und 2 liegt, beträgt (2P)

- ☐ 0.25
- ☐ 0.35
- ☐ 0.50
- ☐ 0.75
- ☐ 1.00

d) Die stetige Zufallsvariable X sei uniformverteilt im Intervall [-4, 8].
75 Werte werden rein zufällig aus dieser Verteilung gezogen. Die Wahrscheinlichkeit, dass der arithmetische Mittelwert der 75 Werte zwischen -1 und 2 liegt, beträgt approximativ (4P)

- ☐ 0.25
- ☐ 0.35.
- ☐ 0.50.
- ☐ 0.75.
- ☐ 1.00.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Mit einer Zufallsstichprobe der Grösse $n = 300$ wurde erhoben, wie lange die Befragten pro Woche Sport treiben. Folgende Statistiken liessen sich aus der Stichprobe gewinnen:

- Arithmetischer Mittelwert: $\bar{x} = 34$ Minuten
- Standardabweichung: $s = 16$ Minuten

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Antwort.

a) Das 99%-Konfidenzintervall für den mittleren Zeitaufwand μ der Grundgesamtheit ist (in Minuten und gerundet): (3P)

- ☐ (30.6, 37.4)
- ☐ (31.1, 36.9)
- ☐ (31.6, 36.4)
- ☐ (32.1, 35.9)
- ☐ (32.6, 35.4)

b) Die Nullhypothese, dass die mittlere Zeit der Grundgesamtheit 30 Minuten beträgt, soll gegenüber der zweiseitigen Alternative getestet werden: (3P)

$$H_0: \mu = 30$$
$$H_1: \mu \neq 30$$

- ☐ H_0 kann nicht verworfen werden auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$.
- ☐ H_0 kann auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$ verworfen werden, aber nicht auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.
- ☐ H_0 kann auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ verworfen werden, aber nicht auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$.
- ☐ H_0 kann auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden.
- ☐ H_0 kann auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.01$ verworfen werden, nicht aber auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$.

c) Die Nullhypothese, dass die mittlere Zeit der Grundgesamtheit mindestens 35 Minuten beträgt, soll gegenüber der einseitigen Alternative getestet werden: (4P)

$$H_0: \mu \geq 35$$
$$H_1: \mu < 35$$

Der p-Wert der Teststatistik ist:

- ☐ $p > 0.10$
- ☐ $p = 0.10$
- ☐ $0.05 < p < 0.10$
- ☐ $0.01 < p < 0.05$
- ☐ $p < 0.01$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Mit einer linearen Einfachregression soll der Zusammenhang zwischen der Zeit, die für Videospiele eingesetzt wird (Stunden pro Woche), und dem Alter (Jahren) untersucht werden:

$$Zeit_i = \beta_0 + \beta_1 Alter_i + \varepsilon_i$$

Das Modell wird mit Daten einer Zufallsstichprobe aus $n = 91$ Personen im Alter zwischen 18 und 33 Jahren geschätzt.

Modell 1: KQ, benutze die Beobachtungen 1-91
Abhängige Variable: Zeit

	Koeffizient	*Std.-fehler*	*t-Quotient*	*p-Wert*
const	5.22055	4.23011	1.2341	0.22040
Alter	-0.203812	–	-0.9445	0.34748

Mittel d. abh. Var.	1.242857	Stdabw. d. abh. Var.	3.777040
Summe d. quad. Res.	1271.202	Stdfehler d. Regress.	3.779307
R-Quadrat	0.009923	Korrigiertes R-Quadrat	-0.001201
F(1, 89)	0.892040	P-Wert(F)	0.347482
Log-Likelihood	-249.1005	Akaike-Kriterium	502.2009
Schwarz-Kriterium	507.2227	Hannan-Quinn-Krit.	504.2269

Markieren Sie die jeweils einzig korrekte Antwort.

a) Eine Person im Alter von 20 Jahren wird mit einer im Alter von 28 Jahren verglichen. Im Durchschnitt spielt die 28-jährige Person laut Schätzung (3 P)

- ☐ 0.2 Stunden weniger als die 20-jährige Person.
- ☐ 1 Stunde länger als die 20-jährige Person.
- ☐ 1.6 Stunden weniger als die 20-jährige Person.
- ☐ 2 Stunden länger als die 20-jährige Person.
- ☐ 2.4 Stunden weniger als die 20-jährige Person.

b) Der Standardfehler (s_{b_1}) ist gerundet auf zwei Nachkommastellen: (2 P)

- ☐ $s_{b_1} = 0.12$
- ☐ $s_{b_1} = 0.22$
- ☐ $s_{b_1} = 0.32$
- ☐ $s_{b_1} = 0.42$
- ☐ $s_{b_1} = 0.52$

c) Die Varianz der Residuen (s_e^2) ist gerundet auf eine Nachkommastelle: (2 P)

- ☐ $s_e^2 = 2.3$
- ☐ $s_e^2 = 3.8$
- ☐ $s_e^2 = 14.3$
- ☐ $s_e^2 = 25.7$
- ☐ $s_e^2 = 1271.2$

d) Welche Aussage zum Bestimmtheitsmass R^2 ist korrekt? (3 P)

- ☐ Mehr als 99% der Variation der Variable $Zeit$ wird durch das Regressionsmodell erklärt.
- ☐ Mehr als 99% der Variation der Variable $Zeit$ wird durch das Regressionsmodell nicht erklärt.
- ☐ Mehr als 99% der Variation der Variable age wird durch das Regressionsmodell erklärt.
- ☐ Etwa 10% der Variation der Variable $Zeit$ wird durch das Regressionsmodell nicht erklärt.
- ☐ Etwa 1% der Variation der Variable age wird durch das Regressionsmodell erklärt.

Platz für Notizen (ohne Bewertung)

ENDE DER PRÜFUNG