Aufgabe 1: Verständnisfragen (Multiple Choice) (12 Punkte)

Nachstehend finden Sie sechs Aussagen. Von den je fünf möglichen Antworten ist nur eine richtig. Entscheiden Sie, welche Antwort richtig ist und machen Sie in dem entsprechenden Feld ein Kreuz. Jedes richtige Kreuz ergibt zwei Punkte.

a.) Eine Pizzeria hat den Preis ihrer meistverkauften Pizza ‚Elasticita' von 20 Franken auf 24 Franken erhöht. In den Folgemonaten zeigte sich, dass die Anzahl verkaufter Pizzen von ‚Elasticita' um 5% zurückging.

Die Elastizität der Nachfrage von ‚Elasticita' beträgt daher:

- ☐ $+20.0\,\%$
- ☐ $-5.0\,\%$
- ☐ -0.25
- ☐ -4.00
- ☐ Mit den Angaben kann keine Aussage über zur Elastizität der Nachfrage von ‚Elasticita' getroffen werden. Weitere Informationen sind erforderlich.

b.) Die Funktion $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 - 4x + 5$

- ☐ ist wegen dem $'x^2'$ im Funktionsausdruck eine streng monoton wachsende Funktion.
- ☐ besitzt an der Stelle $x_1 = 2$ einen Wendepunkt.
- ☐ ist konvex gekrümmt.
- ☐ ist konkav gekrümmt.
- ☐ besitzt zwei Nullstellen.

c.) Für einen Kaffeevollautomaten betragen die Grenzstückkosten bei einer Produktionsmenge von 10'000 Stück -0.5 Franken. Wird die Produktionsmenge nun um 150 Stück auf 10'150 Stück erhöht, dann gilt.

- ☐ Die Kostenfunktion $K = K(x)$ hat für die Produktionsmenge $x_0 = 10'000$ eine Steigung von -0.5.
- ☐ Die Stückkosten reduzieren sich näherungsweise um 75 Franken.
- ☐ Die Stückkosten erhöhen sich um näherungsweise +1.5%.
- ☐ Die Stückkosten sind an der Stelle $x_0 = 10'000$ konkav gekrümmt.
- ☐ Die Grenzstückkosten können keinen negativen Wert annehmen. Daher ist keine der obigen vier Aussagen zutreffend.

Aufgabe 1: Fortsetzung

d.) Zur gewinnmaximierenden, Cournot'schen Menge x_c einer Gewinnfunktion $G = G(x)$ kann folgende Aussage gemacht werden.
(Die Variable x bezeichne wie üblich die Produktionsmenge)

- ☐ Bei der Stelle x_c schneiden sich die Grenzkostenfunktion und die Stückkostenfunktion.
- ☐ Damit die Gewinnfunktion $G = G(x)$ maximal werden kann, müssen an der Stelle x_c die Stückkosten $k = k(x)$ ein globales Minimum haben.
- ☐ Damit die Gewinnfunktion $G = G(x)$ maximal werden kann, muss an der Stelle x_c auch die Erlösfunktion maximal werden.
- ☐ An der Stelle x_c ist die Steigung der Grenzerlösfunktion identisch zur Steigung der Grenzkostenfunktion.
- ☐ An der Stelle x_c ist die Steigung der Erlösfunktion identisch zur Steigung der Kostenfunktion.

e.) Für die Funktion $f(x, y) = 4x^2 + 5y^3 + 2x^2y^2$ gilt

- ☐ $f_{xy} = 8xy$
- ☐ $f_y = 8x + 4y^2x$
- ☐ $f_x = 15y^2 + 4x^2y$
- ☐ $f_{xy} = 8 + 4y^2$
- ☐ $f_{xy} = 8 + 8x$

f.) Eine Angebotsfunktion p sei gegeben durch $p(x) = 5 + 0.5\,x$.
Wie hoch ist dann die Produzentenrente bei einem Preis von 10?

- ☐ 75
- ☐ 50
- ☐ 25
- ☐ 10
- ☐ 0

Aufgabe 2: Differentialrechnung: Produkt-, Quotienten-, Kettenregel
(12 Punkte)

Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen.
Vereinfachen Sie anschliessend das Resultat so weit wie möglich.

a) $f(x) = \sqrt{x-1}\; e^x$ (___ / 4P)

Aufgabe 2: Fortsetzung

b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (___ / 4P)

c) $f(x) = \frac{2x}{x^2-3}$ (___ / 4P)

Aufgabe 3: Aufstellen eines Funktionsterms (15 Punkte)

a) Die Funktion: (___ / 11 P)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$$

soll folgende Eigenschaften erfüllen:

i) Sie hat an der Stelle $x_1 = -2$ ein lokales Extremum.

ii) An der Stelle $x_2 = 1$ hat sie einen Wendepunkt.

iii) Die Steigung der Funktion an der Stelle $x_3 = -5$ beträgt 3.

Bestimmen Sie die Parameter a, b und c so, dass die Funktion $f(x)$ die genannten Eigenschaften hat.

Aufgabe 3: Fortsetzung

b) Für die Funktion (___ / 4 P)

$$f(x) = e^{x-b}$$

ist b so zu bestimmen, dass die Funktion an der Stelle $x = 5$ den Funktionswert 1 annimmt. Wie gross ist b zu wählen, damit diese Eigenschaft erfüllt ist?

Aufgabe 4: Ökonomische Anwendungen (15 Punkte)

Verwenden Sie für Ihre Lösungen jeweils den vorgesehenen Platz auf den nächsten Seiten!

a) In Diagramm a auf der nächsten Seite ist eine Kostenfunktion dargestellt. Kennzeichnen Sie im Diagramm

- das Betriebsoptimum,
- das Betriebsminimum,
- den Punkt mit minimalen Grenzkosten.

Erklären Sie jeweils ***kurz*** in Stichworten, wie Sie vorgegangen sind.

(____ / 7.5 P)

b) Diagramm b1 (übernächste Seite) zeigt drei verschiedene Kostenfunktionen (gekennzeichnet mit I, II und III). In Diagramm b2 sind sechs Funktionen dargestellt (gekennzeichnet mit A, B, C, D, E, F); bei diesen Funktionen handelt es sich um die zugehörigen Grenzkosten- und Stückkostenfunktionen.

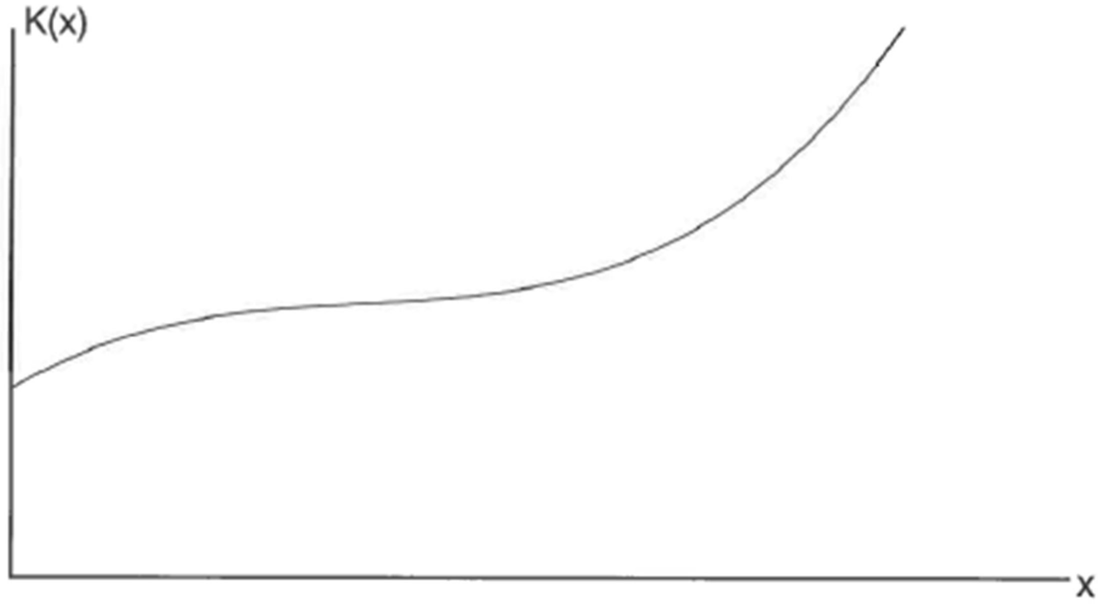
Tragen Sie in der Tabelle auf der übernächsten Seite für jede der drei Kostenfunktionen I bis III ein, welche der Funktionen A bis F die Stückkostenfunktion und welche die Grenzkostenfunktion ist.

(____ / 7.5 P)

Aufgabe 4: Fortsetzung

Teilaufgabe (a):

Diagramm a:
Betriebsoptimum, Betriebsminimum und Punkt mit minimalen Grenzkosten einzeichnen!



Ihr Vorgehen beim Betriebsoptimum:

Ihr Vorgehen beim Betriebsminimum:

Ihr Vorgehen beim Punkt mit minimalen Grenzkosten:

Aufgabe 4: Fortsetzung

Teilaufgabe (b):

Diagramm b1

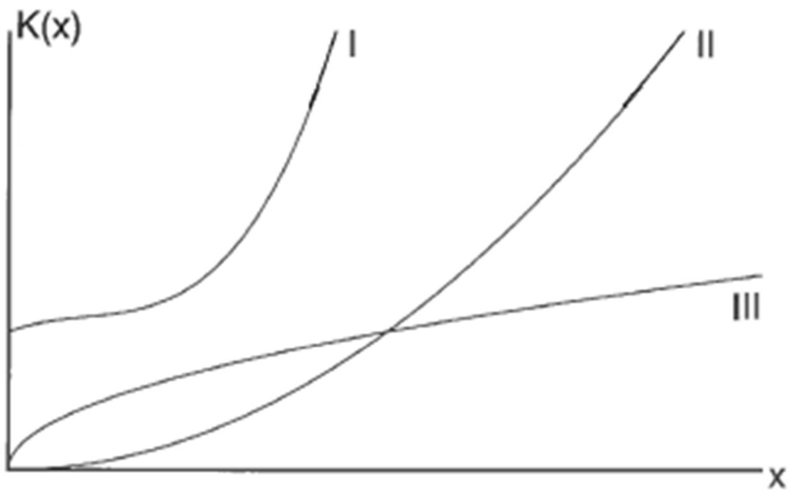
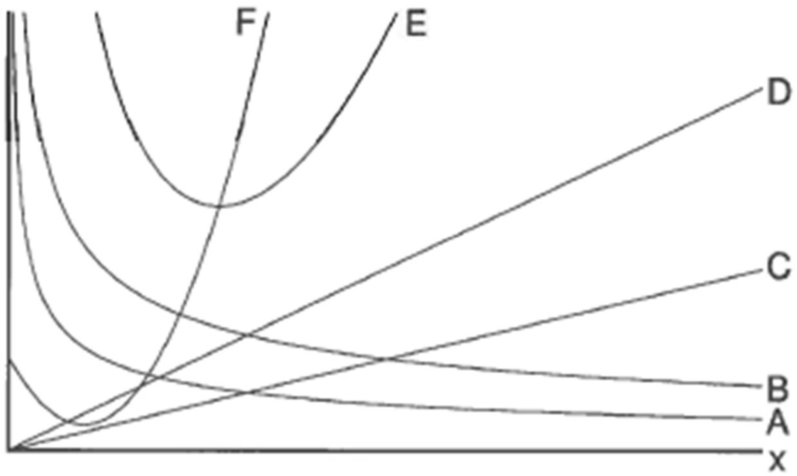


Diagramm b2



Ihre Lösung:

Kostenfunktion	Zugehörige Stückkostenfunktion (Buchstabe eintragen!)	Zugehörige Grenzkostenfunktion (Buchstabe eintragen!)
I		
II		
III		

Aufgabe 5: Kurvendiskussion (12 Punkte)

Untersuchen Sie die folgende Funktion

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 18x^2$$

a) Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen ___/ 3P

b) Bestimmen Sie die erste, zweite und dritte Ableitung von f ___/ 1.5P

c) Bestimmen Sie die Extremstellen von f und stellen Sie fest, ob es sich jeweils um ein Maximum oder ein Minimum handelt. ___/ 3.5P

Aufgabe 5: Fortsetzung

d) Bestimmen Sie die Wendestellen / Terrassenpunkte von f und bezeichnen Sie diese mit konkav-konvex oder konvex-konkav je nach Fall. ___/ 4P

Aufgabe 6: Integralrechnung (12 Punkte)

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^2 - bx + 9$ mit $b \in \mathbb{R}$.

Definiere die Funktion

$$F(z) = \int_0^z f(x)dx.$$

a) Es sei $b = 0$. Bestimmen Sie $F'(3)$, *ohne* die Funktion $F(z)$ zu berechnen. (___/ 4 P)

b) Berechnen Sie die Funktion $F(z) = \int_0^z f(x)dx$ mit $f(x) = -x^2 - bx + 9$ und $b = 0$ wie in Teilaufgabe a).

Für welches z wird $F(z)$ maximal? (___/ 6 P)

Aufgabe 6: Fortsetzung

c) Für $b = 1$ geben Sie das unbestimmte Integral von $f'(x)$ an. (___ / 2 P)

Aufgabe 7: Anwendung Integralrechnung (12 Punkte)

Geben sind die Angebotsfunktion $p_A(x) = 0.25x^2 + 11.25$ und
die Nachfragefunktion $p_N(x) = -0.5x^2 + 30$.

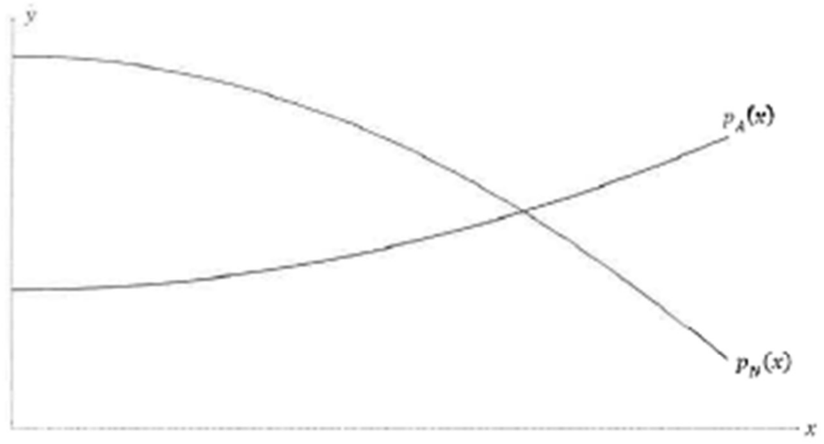
a) Zeigen Sie, dass das Marktgleichgewicht bei $x = 5$ erreicht wird. (___ / 2 P)

b) Berechnen Sie die Produzentenrente. (___ / 3 P)

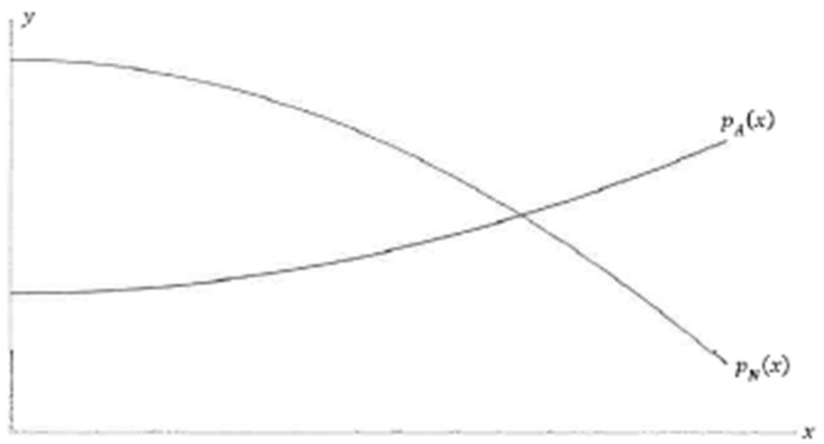
c) Berechnen Sie die Konsumentenrente. (___ / 3 P)

Aufgabe 7: Fortsetzung

d) Zeichnen Sie die Produzentenrente ein. (___ / 2 P)



e) Zeichnen Sie die Konsumentenrente ein. (___ / 2 P)



ENDE DER PRÜFUNG