

## Aufgabe 1: Mengen / Summen

(8 Punkte)

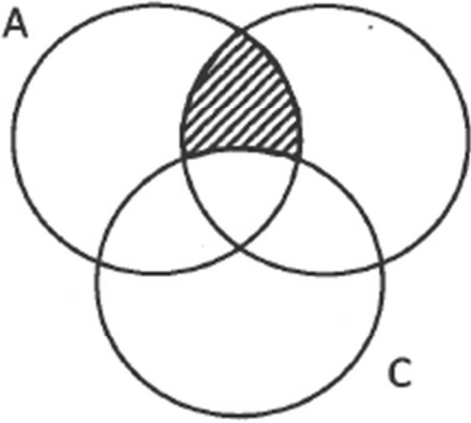
a)	Gegeben sind folgende Mengen: $A = \{3,4,5,6,7\}$ $B = ]3; 7[$ $C =$ Menge der positiven geraden Zahlen Welche der Aussagen sind richtig? R    F <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $A \cup B = [3; 7]$ <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $A \cap B = \{m \in \mathbb{N} \mid 3 < m < 7\}$ <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $A \cap C = \{4; 6\}$ <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $C \setminus A = \{2k \mid (k \in \mathbb{N}) \wedge (k \geq 4)\}$	_____ / 3 P
----	---	-------------

b) Berechnen Sie die Summe

\_\_\_\_\_ / 2 P

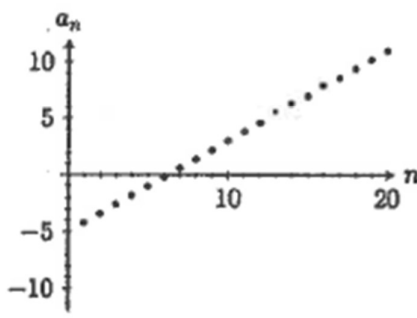
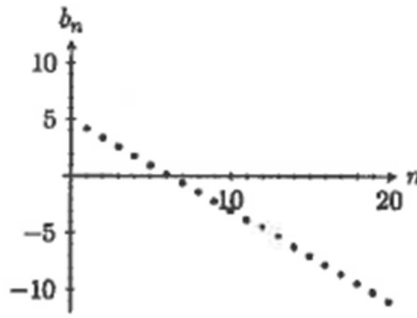
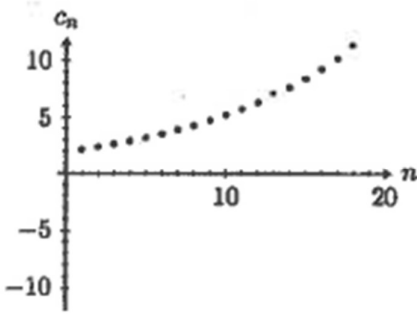
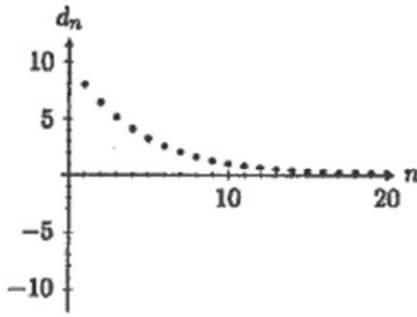
$$\sum_{k=3}^7 \left( \frac{k^2}{3} + 1 \right)$$

Aufgabe 1: Fortsetzung

c)	<p>Gesucht sind korrekte Mengenschreibweisen der im Venn-Diagramm schraffierten Fläche.</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>Welche der folgenden Mengen beschreiben diese schraffierte Fläche?</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%; text-align: left;">R</th> <th style="width: 10%; text-align: left;">F</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><math>((A \cup B) \setminus C) \cap (A \cap B)</math></td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><math>(A \cap B) \setminus (A \cap B \cap C)</math></td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><math>(A \cap B) \setminus C</math></td> </tr> <tr> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><math>(A \cap B) \cap (A \cap C) \cap (B \cap C)</math></td> </tr> </tbody> </table>	R	F		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$((A \cup B) \setminus C) \cap (A \cap B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \cap B) \setminus (A \cap B \cap C)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \cap B) \setminus C$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \cap B) \cap (A \cap C) \cap (B \cap C)$	<p><u>    </u> / 3 P</p>
R	F																
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$((A \cup B) \setminus C) \cap (A \cap B)$															
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \cap B) \setminus (A \cap B \cap C)$															
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \cap B) \setminus C$															
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(A \cap B) \cap (A \cap C) \cap (B \cap C)$															

Aufgabe 2: Folgen und Reihen

(12 Punkte)

a)	<p>Die folgenden Diagramme zeigen vier Folgen.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p style="margin-top: 20px;">Geben Sie für jede der folgenden Aussagen an, ob sie richtig (R) oder falsch (F) ist.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%; text-align: left;">R</th> <th style="width: 10%; text-align: left;">F</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td><math>(a_1, a_2, a_3, \dots)</math> ist eine arithmetische Folge.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td><math>(b_1, b_2, b_3, \dots)</math> ist eine alternierende Folge.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td><math>(c_1, c_2, c_3, \dots)</math> ist eine arithmetische Folge.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td><math>(d_1, d_2, d_3, \dots)</math> ist eine geometrische Folge.</td> </tr> </tbody> </table>	R	F		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(a_1, a_2, a_3, \dots)$ ist eine arithmetische Folge.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(b_1, b_2, b_3, \dots)$ ist eine alternierende Folge.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(c_1, c_2, c_3, \dots)$ ist eine arithmetische Folge.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(d_1, d_2, d_3, \dots)$ ist eine geometrische Folge.	/ 3 P
R	F																
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(a_1, a_2, a_3, \dots)$ ist eine arithmetische Folge.															
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(b_1, b_2, b_3, \dots)$ ist eine alternierende Folge.															
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(c_1, c_2, c_3, \dots)$ ist eine arithmetische Folge.															
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	$(d_1, d_2, d_3, \dots)$ ist eine geometrische Folge.															

**Aufgabe 2: Fortsetzung**

b) Nehmen Sie an, dass der Kurs einer Aktie während 17 Kalenderjahren mit konstanter jährlicher Wachstumsrate von CHF 20 auf CHF 74 stieg.

Nehmen Sie weiter an, dass eine Pensionskasse während dieses Zeitraums zu Beginn jedes Jahres einen Betrag von CHF 100'000 in diese Aktie investierte.

b<sub>1</sub>) Unter diesen Annahmen sind sowohl die jährlichen Kurse als auch die Anzahl der jährlich erworbenen Aktien geometrische Folgen. Vervollständigen Sie nun die folgende Tabelle, indem Sie die fünf fett markierten Felder mit den entsprechenden Zahlen ausfüllen:

     / 5 P

Zeitpunkt	Kurs (CHF)	Anzahl erworbene Aktien (Stück)
0	20	$\frac{100'000}{20} = 5'000$
1		
2		
⋮	⋮	⋮
17	74	

## Aufgabe 2: Fortsetzung

b<sub>2</sub>) Welche Anzahl Aktien hat die Pensionskasse im betrachteten Zeitraum insgesamt erworben?

14 P

**Aufgabe 3: Finanzmathematik****(14 Punkte)**

a) Frau Meier plant, während den nächsten 10 Jahren jeweils auf Jahresende CHF 2'000 auf ihr Bankkonto einzuzahlen. Sie betrachtet für die Verwendung des angesparten Betrags die zwei Szenarien  $a_1$  und  $a_2$ . Dabei rechnet sie immer mit einem Zinssatz von 1.5% p.a.

a<sub>1</sub>) Angenommen Frau Meier lässt den ersparten Betrag danach noch 5 Jahre unangetastet liegen, über welchen Betrag kann sie schliesslich verfügen?

     / 4 P

**Aufgabe 3: Fortsetzung**

- a<sub>2</sub>) Angenommen Frau Meier lässt den ersparten Betrag nicht 5 Jahre unangetastet        / 5 P  
liegen, sondern bezieht schon nach 12 Jahren CHF 10'000 von ihrem Konto.  
Über welchen Betrag kann sie dann nach Ablauf der 15 Jahre verfügen?

**Aufgabe 3: Fortsetzung**

- b) Herr Keller ist ein leidenschaftlicher Fan von Kreuzfahrten und wird dafür per 31.12.2017 insgesamt CHF 200'000 angespart haben. Welchen gleich hohen Betrag könnte er sich in den folgenden 15 Jahren jeweils zu Jahresbeginn auszahlen lassen, wenn mit einem Zinssatz von 1% p.a. gerechnet wird?

       / 5 P



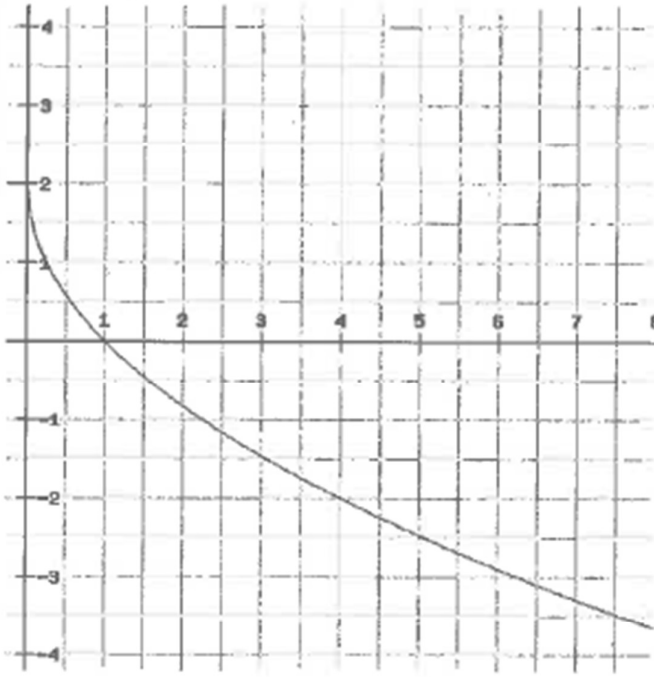
**Aufgabe 4: Funktionen und ihre Eigenschaften****(14 Punkte)**

Es sind die beiden Funktionen  $f(x) = \frac{1}{3x^2 - 12}$  und  $g(x) = \sqrt{\frac{1}{3}x + 4}$  gegeben.

a) Geben Sie für  $f$  und für  $g$  jeweils den maximal möglichen Definitionsbereich an.          / 2 P

b) Ermitteln Sie die verkettete Funktion  $(f \circ g)(x)$  und vereinfachen Sie den Funktionsterm soweit als möglich.          / 3 P

Aufgabe 4: Fortsetzung

c)	<p>Im folgenden Bild ist der Graph einer Funktion <math>f</math> für den Bereich <math>[0; 8]</math> dargestellt.</p> 	<u>13 P</u>
<p>R    F</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Die Funktionsgleichung für <math>f</math> lautet <math>f(x) = 2 - 2\sqrt{x}</math>.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <math>f</math> ist im dargestellten Bereich <math>[0; 8]</math> beschränkt.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <math>f</math> ist im dargestellten Bereich <math>[0; 8]</math> konvex.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <math>f</math> ist im dargestellten Bereich <math>[0; 8]</math> umkehrbar.</p>		

**Aufgabe 4: Fortsetzung**

d)	<p>Zu einer linearen Funktion <math>f(x)</math> liegen die folgenden Informationen vor:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Es ist <math>f(3) = 5</math>.</li> <li>• Nimmt <math>x</math> um 6 zu, dann nimmt der Funktionswert <math>f(x)</math> um 4 ab.</li> </ul> <p>R    F</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat genau zwei Nullstellen.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Die Steigung der Funktion <math>f</math> ist negativ.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Die Funktion <math>f</math> hat eine positive Nullstelle.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Es gilt <math>f(15) = -3</math>.</p>	<p><u>      </u> / 3 P</p>
----	---	----------------------------

e)	<p>Welche der folgenden Behauptungen sind für die Funktion <math>f(x) = (x - 2)^3 + 1</math> zutreffend?</p> <p>R    F</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Die Funktion <math>f</math> ist auf dem Intervall <math>[2; \infty[</math> konvex gekrümmt.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Die Funktion <math>f</math> hat genau zwei Nullstellen.</p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Mit <math>u(x) = x^3 + 1</math> und <math>v(x) = x - 2</math> gilt <math>f(x) = (u \circ v)(x)</math></p> <p><input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Das Bild der Funktion <math>f</math> ist die Menge der reellen Zahlen</p>	<p><u>      </u> / 3 P</p>
----	--	----------------------------

**Aufgabe 5: Elementare Funktionen****(14 Punkte)**

Gegeben ist die Preis-Absatz-Funktion:

$$x(p) = 2000 \cdot e^{1-ap}$$

Darin ist  $x$  die abgesetzte Menge,  $p$  der Preis und  $a$  ein positiver Parameter.

- a) Setzen Sie  $a = 0.01$ . Wie gross ist die abgesetzte Menge bei einem Preis von CHF 100? \_\_\_\_\_ / 2 P

- b) Wie gross muss der Parameter  $a$  sein, damit bei einem Preis von CHF 100 die abgesetzte Menge 3'000 beträgt? \_\_\_\_\_ / 3 P

## Aufgabe 5: Fortsetzung

c)	Die Gerade mit der Funktionsgleichung $f(x) = -(x - 1) - 2$	<u>      </u> / 3 P
	R    F	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> geht durch den Punkt $(1; -2)$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat die Steigung $-1$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> schneidet die $x$ -Achse im Punkt $(1; 0)$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> schneidet die $y$ -Achse im Punkt $(0; -2)$ .	

d)	Wir betrachten die Funktion $h(x) = \ln(x^2)$ .	<u>      </u> / 3 P
	R    F	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $h$ hat den Definitionsbereich $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt $h(x) = 2 \ln(x)$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $h$ hat zwei Nullstellen.	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $h$ ist umkehrbar.	

**Aufgabe 5: Fortsetzung**

e)	R	F		<u>13 P</u>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Die Parabel $u(x) = x^2$ und die Gerade $v(x) = x + b$ haben zwei Schnittpunkte, wenn $4b > -1$ ist.	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Der Graph der Wurzelfunktion $\sqrt[n]{x}$ verläuft durch den Punkt (1;1).	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Die Funktion $e^{f(x)}$ hat gleich viele Nullstellen wie $f(x)$ , sofern $f$ mindestens eine Nullstelle besitzt.	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Das Polynom $f(x) = x^{2016} - 2016x$ hat mindestens eine Nullstelle.	

**Aufgabe 6: Ausgewählte ökonomische Anwendungen (10 Punkte)**

Die nachgefragte Menge eines Gutes sei mit

$$p_n(x) = (0.1x - 10)^2$$

und die angebotene Menge mit

$$p_a(x) = 34 + 0.5x$$

umschrieben.

- a) Bestimmen Sie den ökonomisch sinnvollen Definitionsbereich jeder der beiden Funktionen.

     / 3 P

- b) Bestimmen Sie den Prohibitivpreis.

     / 1 P

- c) Bestimmen Sie die Sättigungsmenge.

     / 1 P

**Aufgabe 6: Fortsetzung**

d) Bestimmen Sie den Gleichgewichtspreis und die Gleichgewichtsmenge.

     / 3 P

e) Bestimmen Sie den Gesamterlös im Marktgleichgewicht.

     / 2 P



## Aufgabe 7: Grundlagen der Differentialrechnung

(12 Punkte)

a)	Die Funktion $f(x) = 3x^2$	<u>    </u> / 3 P
	R    F	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat an der Stelle $x_0$ den Differenzenquotient $6x_0 + 3\Delta x$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat bei $x_0 = 2$ eine Tangente $t$ mit Funktionsgleichung: $t(x) = 12x$	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat im Punkt $(2, f(2))$ eine Tangente mit der Steigung 24.	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> kann keine negativen Steigungen aufweisen, da quadratisch.	

b)	Die Funktion $f(x) = -(x - 2)(3 - x)$	<u>    </u> / 3 P
	R    F	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat die Ableitungsfunktion $f'(x) = 2x - 5$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat bei $x_0 = 2$ die Steigung $-1$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat bei $x_0 = 2.5$ ein Maximum.	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> besitzt zwei Tangenten mit der Steigung 0.	

## Aufgabe 7: Fortsetzung

c)	Die Funktion $f(x) = \begin{cases} 0.5x + 1 & x \leq 1 \\ x^2 - 2x + 2.5 & x > 1 \end{cases}$	<u>    </u> / 3 P
	R    F	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ist stetig auf $\mathbb{R}$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ist differenzierbar auf $\mathbb{R}$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ist bei $x_0 = 2$ differenzierbar und hat dort die Steigung 2.	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat bei $x_0 = 0$ eine Tangente mit der Steigung $-2$ .	

d)	Die Funktion $f(x) = x^3 - x$	<u>    </u> / 3 P
	R    F	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat auf dem Intervall $[0; 2]$ eine durchschnittliche Steigung von 3.	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat auf dem Intervall $[-2; 0]$ eine durchschnittliche Steigung von $-3$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat die Ableitungsfunktion $f'(x) = 3x - 1$ .	
	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> hat $f^{(4)}(x) = 0$ als 4-te Ableitung.	

**Aufgabe 8: Eingangskompetenzen****6 Punkte**a) Sei  $y > 0$ . Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich.     / 3 P

$$\frac{3y^{-2} \cdot 2\sqrt{y}}{5\sqrt{y^3} \cdot y^{-3}}$$

b) Sei  $a > 0$  und  $a \neq 1$ . Berechnen Sie     / 3 P

$$\log_a(2) \cdot \log_2(a^2)$$

**ENDE DER PRÜFUNG**