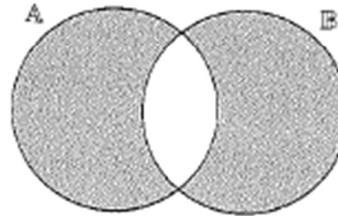


Aufgabe 1: Multiple Choice

(14 Punkte)

- (a) Im folgenden Venn-Diagramm repräsentiert der linke Kreis eine Menge  $A$ , der rechte Kreis eine Menge  $B$ .

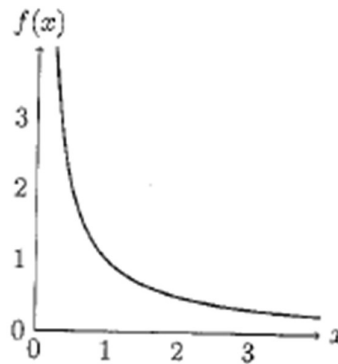


Welche Menge ist grau markiert?

- $A \cap (B \cup A)$ ,
- $A \setminus (B \cup A)$ ,
- $A \cup (B \setminus A)$ ,
- $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$ ,
- $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

**Aufgabe 1: Fortsetzung**

(b) Welche Funktion ist im folgenden Diagramm dargestellt?



- $f(x) = x^2,$
- $f(x) = x,$
- $f(x) = \sqrt{x},$
- $f(x) = \frac{1}{x},$
- $f(x) = \log_{10}(x).$

(c) Was bedeutet

$$\sum_{i=1}^3 x_i y_i$$

wenn Sie es mit Pluszeichen schreiben?

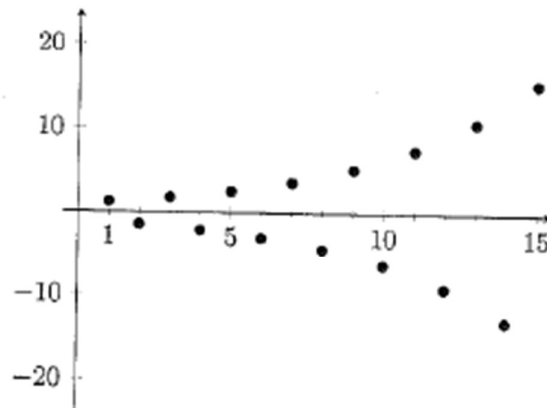
- $x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3$
- $3x_1 y_1 + 3x_2 y_2 + 3x_3 y_3$
- $3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3y_1 + 3y_2 + 3y_3$
- $x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_1 y_3 + x_2 y_1 + x_2 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_1 + x_3 y_2 + x_3 y_3$
- $3x_1 y_1 + 3x_1 y_2 + 3x_1 y_3 + 3x_2 y_1 + 3x_2 y_2 + 3x_2 y_3 + 3x_3 y_1 + 3x_3 y_2 + 3x_3 y_3$

### Aufgabe 1: Fortsetzung

(d) Im folgenden Diagramm ist die Folge  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  mit

$$a_n = -(-1.2)^n$$

dargestellt:



Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

- Die Folge ist konvergent.
- Die Folge hat die Grenzwerte 20 und  $-20$ .
- Die Folge ist bestimmt divergent gegen unendlich.
- Die Folge ist bestimmt divergent gegen minus unendlich.
- Die Folge ist unbestimmt divergent.

(e) Welche der folgenden Aussagen ist **falsch**?

- $0 \in \mathbb{R}$
- $\sqrt{7} \in \mathbb{Z}$
- $2 \in \mathbb{N}$
- $-\sqrt{9} \in \mathbb{Z}$
- $-100.7 \in \mathbb{Q}^-$

**Aufgabe 1: Fortsetzung**

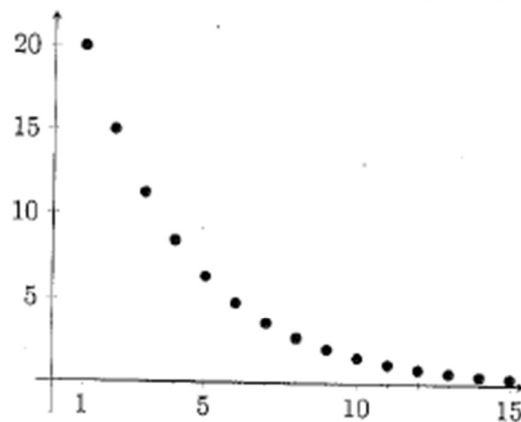
(f) Die Folge  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  ist rekursiv definiert durch

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{n}.$$

Wie lauten ihre ersten fünf Glieder?

- $1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$
- $1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{24} \quad \frac{1}{120}$
- $1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{24}$
- $1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3}$
- $1 \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{6}$

(g) Das folgende Diagramm zeigt eine geometrische Folge  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$  mit  $a_n = a_1 q^{n-1}$ :



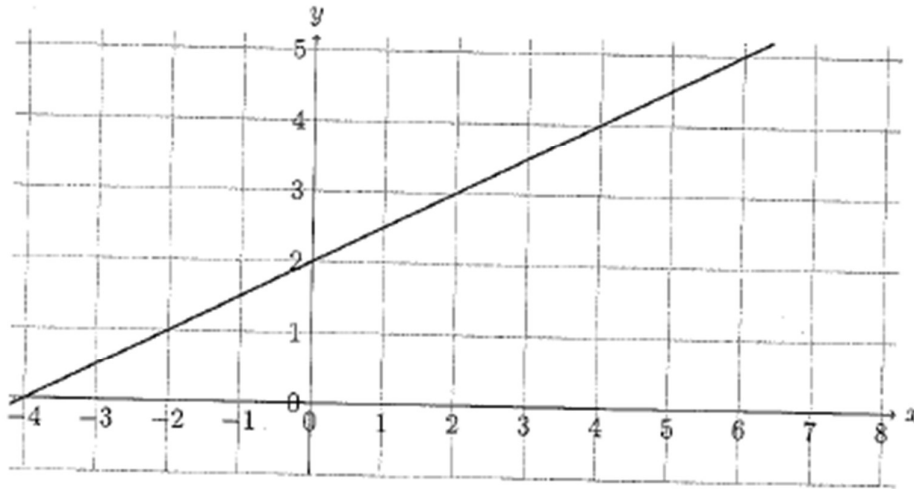
Wie gross ist  $q$ ?

- $q = -5.00$
- $q = -0.75$
- $q = -0.25$
- $q = 0.75$
- $q = 1.25$

**Aufgabe 2: Grundwissen**

**(8 Punkte)**

(a) Geben Sie eine Funktionsgleichung zur folgenden Funktion an:



\_\_\_ / 3 P.

(b) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{x^{-3/2} \cdot x^2}{\sqrt{x}}$$

\_\_\_ / 2 P.

**Aufgabe 2: Fortsetzung**

(c) Berechnen Sie  $x$ .

$$2 \cdot \ln(3x + 1) = \ln(6x + 10).$$

\_\_\_ / 3 P.

**Aufgabe 3: Folgen und Reihen****(15 Punkte)**

- (a) Von einer arithmetischen Folge kennt man  $a_4 = 5$  und  $a_7 = -4$ . Geben Sie die explizite *und* die rekursive Darstellung dieser Folge an. \_\_\_\_\_ / 4 P.

- (b) Von einer alternierenden geometrischen Folge kennt man  $a_2 = 2$  und  $a_4 = \frac{1}{2}$ . Geben Sie die explizite *und* die rekursive Darstellung dieser Folge an. \_\_\_\_\_ / 4 P.

**Aufgabe 3: Fortsetzung**

(c) Im Jahr 2014 produziert eine Schuhfabrik 800 000 Paar Schuhe. Sie rechnet mit einem jährlichen Wachstum von 8%.

(i) Wie viele Paar Schuhe werden die Fabrik in den ersten 5 Jahren (2014 bis 2018) insgesamt verlassen? \_\_\_\_\_ / 4 P.

(ii) In welchem Jahr ist die Jahresproduktion erstmals grösser als 10 Millionen Paar Schuhe? \_\_\_\_\_ / 3 P.



**Aufgabe 4: Finanzmathematik****(8 Punkte)**

Herr und Frau Spar planen ihre Altersvorsorge. Sie wollen 25 Jahre lang, beginnend am 1.1.2016 und letztmalig am 1.1.2040, jährlich jeweils zu Jahresbeginn den Betrag von CHF 6 500 auf ein Vorsorgekonto einzahlen. Der kalkulatorische Zinssatz betrage stets 2 % p. a.

(a) Wie hoch ist das angesparte Kapital am 31.12.2040?

\_\_\_ / 4 P.

**Aufgabe 4: Fortsetzung**

- (b) Welchen Betrag können sich Herr und Frau Spar danach jeweils am Ende der darauf folgenden 20 Jahre, erstmals am 31.12.2041 und letztmals am 31.12.2060, auszahlen lassen?

\_\_\_ / 4 P.

*Wenn Sie in Teilaufgabe a kein sinnvolles Ergebnis erhalten haben, können Sie davon ausgehen, dass am 31.12.2040 das angesparte Kapital 200 000 Franken betrage.*

## Aufgabe 5: Funktionen

(15 Punkte)

(a) Gegeben sind die zwei Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  durch

$$f_1(x) = \sqrt{x}$$

und

$$f_2(x) = 128 - 2x.$$

Bestimmen Sie die folgenden beiden Verkettungen. Verlangt ist jeweils ein Ausdruck, in dem  $f_1$  und  $f_2$  **nicht** mehr vorkommen – weitere Vereinfachungen sind **nicht** erforderlich:

$$(f_1 \circ f_2)(x) =$$

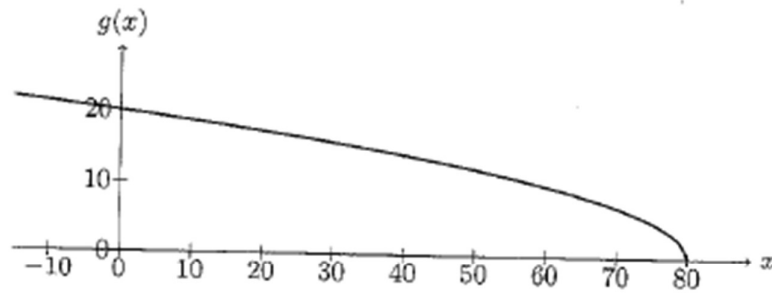
$$(f_2 \circ f_1)(x) =$$

### Aufgabe 5: Fortsetzung

(b) Die Funktion  $g$  sei gegeben durch

$$g(x) = \sqrt{400 - 5x}.$$

Sie ist im folgenden Diagramm skizziert:



(i) Geben Sie für die Funktion  $g$  die maximal mögliche Definitionsmenge in der Intervallschreibweise an. \_\_\_ / 1 P.

**Aufgabe 5: Fortsetzung**

(ii) Ist die Funktion  $g$  umkehrbar?

Falls ja, ermitteln Sie den Funktionsausdruck der Umkehrfunktion.

Falls nein, geben Sie eine Begründung, warum die Funktion  $g$  nicht umkehrbar ist.

\_\_\_ / 5 P.

(iii) Welche Steigung hat die Gerade, die durch die Punkte auf dem Graphen der Funktion  $g$  bei den Werten  $x_1 = 35$  und  $x_2 = 60$  geht?

\_\_\_ / 5 P.

**Aufgabe 6: Kosten, Erlös und Gewinn****(15 Punkte)**

- (a) Ein Unternehmen verkauft sein Produkt für 5 Franken pro Stück. Es hat folgende Kostenfunktion (in Franken):

$$K(x) = \frac{1}{400}x^2 + x + 999.75.$$

Dabei ist  $x$  die produzierte Menge in Stück.

- (i) Für welche Mengen  $x$  ist der Gewinn gleich Null?

\_\_\_ / 5 P.

- (ii) Geben Sie das Intervall an, auf welchem der Gewinn *grösser* als Null ist. \_\_\_ / 1 P.

**Aufgabe 6: Fortsetzung**

(b) Ein Anbieter habe folgende Preis-Absatz-Funktion:

$$p(x) = -0.0005x + 50.$$

Seine Kostenfunktion lautet

$$K(x) = 10x + 600\,000.$$

(i) Bestimmen Sie die Erlös- und die Gewinnfunktion dieses Anbieters.      \_\_\_ / 3 P.

**Aufgabe 6: Fortsetzung**

- (ii) Berechnen Sie den maximalen Gewinn und die Menge, bei welcher der maximale Gewinn erzielt wird. \_\_\_ / 4 P.

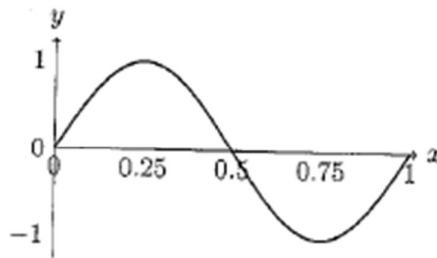
- (iii) Zu welchem Preis wird in der gewinnmaximalen Situation verkauft? \_\_\_ / 2 P.



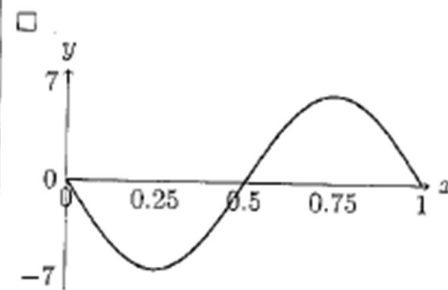
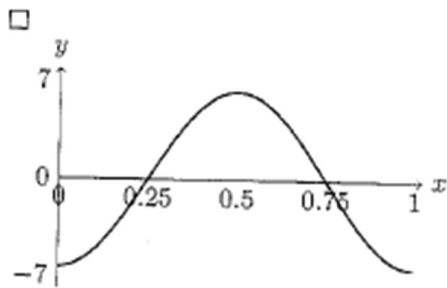
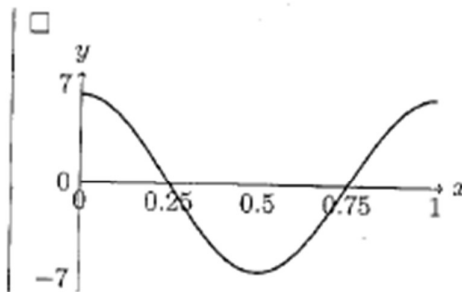
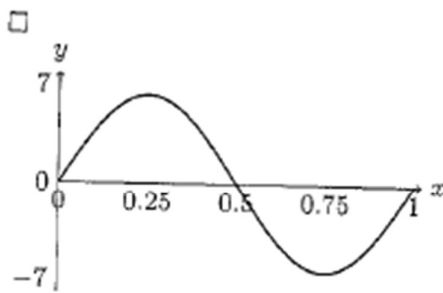
**Aufgabe 7: Grundlagen der Differentialrechnung**

**(15 Punkte)**

(a) Im folgenden Diagramm ist der Graph einer differenzierbaren Funktion abgebildet:



Welcher der folgenden vier Graphen entspricht der ersten Ableitung dieser Funktion?  
(Bitte ankreuzen!)



\_\_\_ / 2 P.

**Aufgabe 7: Fortsetzung**

(b) Bestimmen Sie jeweils die gesuchte Funktion:

(i)  $f(x) = 2\sqrt{x}$ ,  $f'(x) = ?$

\_\_\_ / 2 P.

(ii)  $g(x) = x + z^2 + 77z$ ,  $g'(x) = ?$

\_\_\_ / 1 P.

(iii)  $u(x) = 4x^5 - 8x^3 + 1$ ,  $u^{(6)}(x) = ?$

\_\_\_ / 2 P.

**Aufgabe 7: Fortsetzung**

(c) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^x$ .

(i) Bestimmen Sie den Differenzenquotienten im Intervall  $[0; 1]$ .

\_\_\_ / 2 P.

(ii) Bestimmen Sie den Differenzenquotienten im Intervall  $[0; \Delta x]$ .

\_\_\_ / 2 P.

**Aufgabe 7: Fortsetzung**

(iii) Vervollständigen Sie die folgende Tabelle:

$\Delta x$	Differenzenquotient im Intervall $[0; \Delta x]$
0.01	
0.001	
0.0001	1.000050

(iv) Welchen Wert erwarten Sie aufgrund von Teilaufgabe (iii) für  $f'(0)$ ? \_\_\_ / 2 P.

\_\_\_ / 2 P.

**ENDE DER PRÜFUNG**